

文章编号 1004-924X(2006)01-0012-04

全息平面变间距光栅刻线弯曲程度分析

楼俊¹, 徐向东¹, 刘颖¹, 洪义麟¹, 付绍军¹, 何世平²

(1. 中国科学技术大学 国家同步辐射实验室, 安徽 合肥 230029;

2. 中国科学技术大学 力学与机械工程系, 安徽 合肥 230029)

摘要: 简述了全息变间距光栅的几何理论, 研究了不同记录参数情况下的刻线弯曲程度。给出了用于评价光栅刻线弯曲程度的表达式, 并推导出了它的积分形式, 使计算效率提高了 2~3 倍。结果表明: 球面波与非球面波干涉得到的光栅线条并不一定比球面波干涉得到的线条要平直。

关键词: 全息光栅; 变间距光栅; 光栅刻线; 刻线弯曲

中图分类号: O436.1; O438.1 **文献标识码:** A

Study on line-profiles of variable line-space plane gratings with holographic recording

LOU Jun¹, XU Xiang-dong¹, LIU Ying¹, HONG Yi-lin¹, FU Shao-jun¹, HE Shi-ping²

(1. National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China; 2. Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China)

Abstract: The geometric theory of aspheric wave-front recording optics was briefly described. The merit function of the curve tendency was derived. The integral expression of the merit function was also derived to improve the calculation efficiency. The calculation result shows that the latter efficiency is 2 to 3 times of the former. Design example of holographic VLS plane gratings is given to demonstrate the capability of our method, which indicates that the curve tendency is in very good agreement with the merit function.

Key words: holographic grating; variable line space; line-profiles; curve tendency

1 引言

变间距光栅 (Variable Line Space Gratings, 简称 VLS 光栅) 本身具有聚焦和消像差的特性,

可以减少光学系统中的光学元件, 减少杂散光, 并且具有分辨率高及平焦场等优点, 广泛应用于空间光谱仪、光纤通信、同步辐射光束线、位置传感器等领域, 并且正受到越来越多的重视^[1]。VLS 光栅虽然在 19 世纪末就被提出, 但由于受到当时

收稿日期: 2005-7-20; 修订日期: 2005-10-24.

基金项目: 国家自然科学基金资助课题 (No. 10272098, No. 50375149); 中国科学院创新课题。

制造及检测技术的限制,并没有得到很大的发展。上世纪五六十年代激光的出现,使我们可以通过在光刻胶上记录激光干涉条纹的方法来制作全息光栅。T. Namioka、M. Koike、H. Noda 及 M. Seya 等人研究了全息 VLS 光栅的几何理论,通过引入椭球面镜增加了光路设计过程中的自由度^[2]。朱向冰、陈镛^[3-5]等对变间距光栅线密度的检测方法进行了研究,但都没有分析光栅刻线的弯曲程度。

不同的应用场合,对刻线的弯曲程度也有不同的要求。比如某光栅位置传感器上使用的 VLS 光栅要求光栅刻线最好为直线,但某些消色差场合则可能需要刻线弯曲的 VLS 光栅。因此有必要研究变间距光栅的刻线弯曲程度。本文从光栅刻槽位置方程出发,研究了全息变间距光栅的刻线弯曲程度。

2 刻线弯曲程度函数推导

2.1 全息变间距光栅原理

图 1 为第二代全息 VLS 光栅记录光路^[2],它

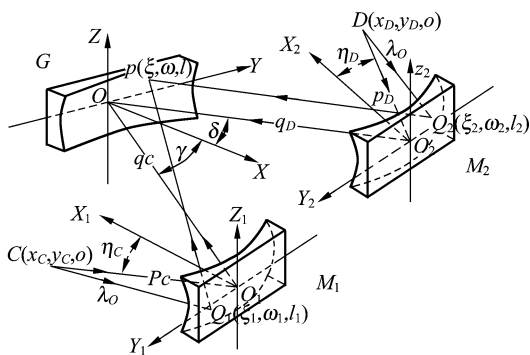


图 1 第二代全息记录光路示意图

Fig. 1 Schematic of recording geometry for 2nd generation holographic gratings

采用记录两束非球面波(或非球面波与球面波)干涉条纹的方法得到 VLS 光栅。一般来说最后得到的光栅刻线形状是变间距、弯曲的。通过级数展开,第 N 条光栅刻槽位置可近似表示为:

$$N(\omega, l) = \frac{1}{\lambda_0} \left[n_{10}\omega + \frac{1}{2}(n_{20}\omega^2 + n_{02}l^2 + n_{30}\omega^3 + n_{12}\omega l^2) + \frac{1}{8}(n_{40}\omega^4 + 2n_{22}\omega^2 l^2 + n_{04}l^4) \right], \quad (1)$$

其中, λ_0 是记录波长, ω, l 分别是 Y 轴、 Z 轴坐标值, 系数 n_{ij} 由记录参数决定^[2]。至于第一代全息 VLS 光栅记录光路^[6], 它记录的是两束球面波(或球面波与平面波)的干涉条纹, 因此可以看作是第二代光路的一种简化。

2.2 刻线弯曲程度函数的推导

由式(1)可以看出, 全息平面变间距光栅的刻线是一条二维的平面曲线。事实上, 每一条光栅刻线都与 Z 轴有一交点, 因此可以认为 Z 轴上也有一套光栅线密度分布曲线。只要知道了 Z 轴上的光栅线密度分布, 也就知道了刻线的弯曲程度。

考虑 Z 轴处的线密度表达式, 在式(1)令 $\omega = 0$, 则

$$N(l) = \frac{1}{\lambda_0} \left(\frac{1}{2}n_{02}l^2 + \frac{1}{8}n_{04}l^4 \right) = \frac{1}{2\lambda_0} (n_{02}l^2 + \frac{1}{4}n_{04}l^4), \quad (2)$$

因此 Z 轴上光栅的线密度可表示为:

$$n(l) = \frac{dN(l)}{dl} = \frac{1}{\lambda_0} [n_{02}l + \frac{1}{2}n_{04}l^3], \quad (3)$$

在光栅表面沿 Z 轴取等间隔的 j 个点(包括两个端点), 记为 l_i , ($i=1, 2, \dots, j$):

$$l_i = l_{\min} + (i-1)dl, \quad dl = \frac{(l_{\max} - l_{\min})}{(j-1)}, \quad (4)$$

设:

$$t = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j n(l_i)^2, \quad (5)$$

它表示了 Z 轴上这 j 个点的线密度平方的平均值。显然, 当取点的个数 j 越大时, 越能真实反映光栅表面 Z 轴上的实际线密度分布情况。但随着取点个数 j 的增大, 计算所耗用的时间也将增加, 降低了计算效率。

假设在光栅表面上取点的个数 j 趋于无穷, 则:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} t = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j n(l_i)^2 = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{jdl} \sum_{i=1}^j n(l)^2 dl = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{jdl} \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} n(l)^2 dl, \quad (6)$$

将 dl 代入得:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} f = \frac{1}{(l_{\max} - l_{\min})} \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} n(l)^2 dl, \quad (7)$$

设 $l_{\max} = -l_{\min} = l_0$, 令:

$$g = \frac{1}{(l_{\max} - l_{\min})} \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} n(l)^2 dl = \frac{1}{\lambda_0^2} \left(\frac{1}{3} n_{02}^2 l_0^2 + \frac{1}{5} n_{02} n_{04} l_0^4 + \frac{1}{28} n_{04}^2 l_0^6 \right). \quad (8)$$

也就是说, g 值反映了整个 Z 轴上光栅各点处的线密度平方的平均值, 可用来评价光栅刻线的平直程度, 因此称 g 为刻线弯曲程度函数。

3 刻线弯曲程度分析

设记录波长为 $\lambda_0 = 413.1 \text{ nm}$ 的 Kr^+ 激光,

表 1 球面波与非球面波干涉光路的记录参数

Tab. 1 Recording parameters of second generation

参数组	r_c (mm)	r (rad)	p_d (mm)	q_d (mm)	δ (rad)	η_d (rad)
No. 2	902.7900	0.1505	452.9500	640.9300	0.3762	0.8858
No. 3	856.4731	-1.4777	863.8348	936.7188	-0.8919	0.3111

上述 3 组记录参数得到的 VLS 光栅在 Y 轴上的线密度分布都能较好地满足期望的线密度分布方程, 但相对来说球面波与非球面波干涉时的误差更小些。3 种记录光路下的光栅刻线形状见图 2 (为了显示条纹变化趋势, 图中给出的光栅范围是 $50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$, 即 $l_0 = 50 \text{ mm}$)。由图 2 可知, 虽然 3 组记录参数得到的变间距光栅在 Y 轴上的线密度分布都能满足给定的方程, 但它们的刻线弯曲程度有很大的不同。

设 $l_0 = 50 \text{ mm}$, 分别计算以上 3 组记录参数条件下的值 g (见表 2)。对比表 2 与图 2 可知, 值 g 较好地反映了光栅刻线的平直程度。

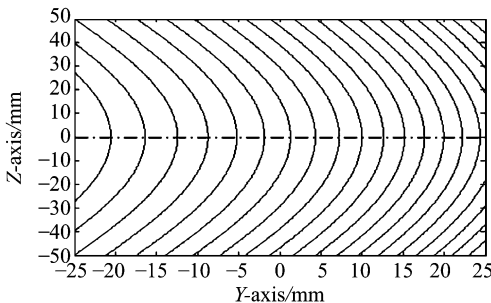


图 2(a) 第 1 组记录参数得到的 VLS 光栅刻线形状
Fig. 2(a) Schematic of line-profiles of the grating with parameters No. 1

VLS 光栅在 Y 轴上的期望线密度表达式为:

$$n(\omega) = 526.32 \times (1 + 1.4737 \times 10^{-2} \omega + 2.1717 \times 10^{-4} \omega^2 + 3.2005 \times 10^{-6} \omega^3), \quad (9)$$

利用遗传算法结合局部搜索计算了记录参数^[7], 得到如下结果:

(1) 球面波干涉:

$$\text{No. 1: } r_c = 115.0935 \text{ mm}, \gamma = 0.8744 \text{ rad}, r_d = 158.9856 \text{ mm}, \delta = 1.4108 \text{ rad}$$

(2) 球面波与非球面波干涉:

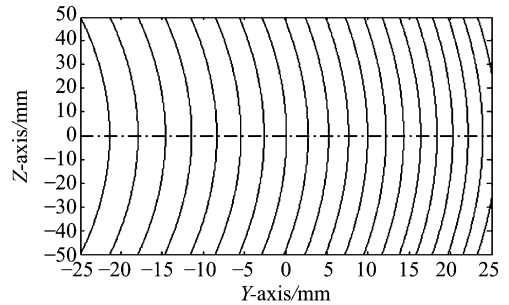


图 2(b) 第 2 组记录参数得到的 VLS 光栅刻线形状
Fig. 2(b) Schematic of line-profiles of the grating with parameters No. 2

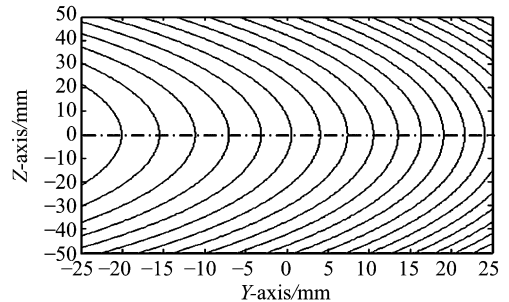


图 2(c) 第 3 组记录参数得到的 VLS 光栅刻线形状
Fig. 2(c) Schematic of line-profiles of the grating with parameters No. 3

另外,为了比较计算效率,分别计算 g 值和沿光栅表面 Z 轴取 1001 个点(包括两个端点)时的 t 值,结果表明前者的计算效率是后者的 2~3 倍左右。

表 2 刻线弯曲程度函数的值

Tab. 2 Value of merit function g

组	No. 1	No. 2	No. 3
g 值			
$g(10^3)$	21.486 8	1.324 9	66.770 1

4 结 论

球面波干涉或球面波与非球面波干涉得到的全息平面 VLS 光栅的刻线形状是弯曲的。在平

面坐标系中,可以认为它在 Y 轴和 Z 轴有两套互相关联的线密度。从光栅刻槽位置方程出发,通过分析其在 Z 轴上光栅的线密度分布方程,给出了可以评价变间距光栅刻线弯曲程度的函数,并推导了其积分形式以提高计算效率。

从文中分析可知,虽然 3 组参数得到的 VLS 光栅在 Y 轴上的线密度分布都能满足给定的方程,而且球面波与非球面波干涉得到的光栅线密度分布方程比球面波干涉更加符合期望的线密度分布方程,但球面波与非球面波干涉得到的光栅线条并不一定比球面波干涉得到的线条要平直,线条形状要根据具体的记录参数计算以后才能确定。

参考文献:

- [1] 时轮,郝德阜. 变栅距衍射光栅的原理及应用[J]. 光学精密工程, 2001,9(3):284-287.
SHI L, HAO D F. Theory and applications of varied line-space gratings[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2001,9(3):284-287. (in Chinese)
- [2] NAMIOKA T, KOIKE M. Aspheric wave-front recording optics for holographic gratings[J]. *Appl. Opt.*, 1995, 5,34(13):2180-2186.
- [3] 朱向冰,何世平,付绍军,等. 云纹法检测变线距光栅的线密度[J]. 光学精密工程, 2002,10(3):285-289.
ZHU X B, HE SH P, FU SH J, *et al.* Measurement of the line-density of a varied-line-space grating by Moiré fringe [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2002,10(3):285-289. (in Chinese)
- [4] 陈镛,王秋平. 变间距光栅刻线密度的测试精度分析[J]. 核技术, 2001,24(7):557-563.
CHENG Q, WANG Q P, *et al.* The groove density measurement of VLS plane grating by diffraction method[J]. *Nuclear Techniques*, 2001,24(7):557-563. (in Chinese)
- [5] 陈镛,胡中文. 变间距光栅刻线密度测试系统的性能评价[J]. 核技术, 2004,27(1):9-13.
CHENG Q, HU ZH W. Performance of a grating groove density measuring system by diffraction method[J]. *Nuclear Techniques*, 2004,27(1):9-13. (in Chinese)
- [6] PALMER C. Theory of second-generation holographic diffraction gratings[J]. *JOSA . A*, 1989,8,6(8):1175-1188.
- [7] LOU J, LIU Y, FU SH J, *et al.* Design of variable line-space plane gratings with holographic recording[J]. *SPIE*, 2004,5636:551-559.
- [8] KOIKE M, NAMIOKA T. Merit function for the design of grating instruments[J]. *Appl. Opt.*, 1994,4,33(10):2048-2056.
- [9] KOIKE M, NAMIOKA T. Plane gratings for high-resolution grazing-incidence monochromators: holographic grating versus mechanically ruled varied-line-spacing grating[J]. *Appl. Opt.*, 1997,9,36(25):6308-6318.
- [10] DEVILLE B, BONEMASON F, FLAMAND J, *et al.* Holographically recorded, ion etched variable line space gratings[J]. *SPIE*, 1998,3450:24-35.
- [11] DUBAN M. Holographic aspheric gratings printed with aberrant waves[J]. *Appl. Opt.*, 1987,10, 26(19):4263-4273.
- [12] NODA H, NAMIOKA T, SEYA M. Geometric theory of the grating[J]. *JOSA*, 1974,64(8):1031-1036.
- [13] NAMIOKA T, KOIKE M, CONTENT D. Geometric theory of the ellipsoidal grating[J]. *Appl. Opt.*, 1994,11, 33(31):7261-7274.

作者简介:楼俊(1979—),男,浙江金华人,2001年毕业于中国科技大学精密机械与精密仪器系测控技术与仪器专业,现为中国科技大学国家同步辐射实验室在读博士生。Email:loujustc@hotmail.com